

Дванаести час

1. Случајна величина X има експоненцијалну $\varepsilon(\alpha)$ расподелу, случајна величина Y има унформну $U[0, h]$ расподелу независне су. Ако је $Z = X + Y$, одредити густину расподеле случајне величине Z .
2. Случајно се бира тачка (X, Y) унутар квадрата са теменима $A\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, $B\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, $C\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ и $D\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Ако је $Z = XY$, одредити расподелу случајне величине Z .
3. Након свађе око колача страсти су се мало смириле и Пери и Аци у госте је дошао Јова да би играли игрице на рачунару. Пошто имају два рачунара Пера и Аца су одмах заузели своја места и кренули да се играју. Јови је остало једино да чека. Познато је да свако од троје деце, независно од друге двојице, случајно одређеју колико ће да се игра, с тим да је то најмање 10, а највише 30 минута. Одредити:
 - а) вероватноћу да ће Јови место уступити Пера;
 - б) густину расподеле и очекивање Јовиног времена чекања;
 - в) вероватноћу да Јова неће остати последњи да се игра.Сматрати да кад било које дете устане од рачунара не враћа се поново да се игра.
4. Случајна величина X има $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ расподелу, случајна величина Y има унформну $U[0, 1]$ расподелу и независне су. Ако је $Z = X + Y$, одредити расподелу случајне величине Z .
5. Независно се бирају случајни бројеви X_1, X_2, \dots са сегмента $[0, 1]$. Нека је дат фиксиран број $t, t \in (0, 1)$. Нека је $N(t)$ први индекс такав да је $X_{N(t)} \geq t$ и нека је $Y(t) = X_{N(t)} - t$.
 - а) Одредити расподелу случајног вектора $(Y(t), N(t))$.
 - б) Да ли су случајне величине $N(t)$ и $Y(t)$ независне?
6. Ако за случајну величину X бази да је $EX = 3$ и $DX = 0.01$, проценити $P\{2.5 < X < 3.5\}$.