

Статистички софтвер 4

Седми час

Марија Радичевић

Математички факултет, Београд

2015.

Садржај

- 1 *Непараметарски тестови*
 - Непараметарски тестови за један узорак
 - Непараметарски тестови за два независна узорка
 - Непараметарски тестови за два зависна узорка
 - Непараметарски тестови за K независних узорак
 - Непараметарски тестови за K зависних узорак
- 2 *Примери*

Непараметарски тестови

- немају претпоставку о расподели популације
- могу да се користе за све 4 врсте величина
- калкулације су врло једноставне
- не захтевају велике узорке
- опште претпоставке које захтевају:
 - случајност узорка
 - независност опсервација (изузев код поновљених мерења)
 - непрекидна променљива која се посматра

Недостатак:

- мања моћ у односу на параметарске тестове

Непараметарски тестови у SPSS-у

Један узорак:

- Хи-квадрат тест
- Биномни тест
- Тест корака
- Колмогоров-Смирнов тест
- Вилкоксонов тест ранга са знаком

Два независна узорка:

- Тест медијане
- Ман-Витни U тест
- Колмогоров-Смирнов тест
- Валд-Волфовитцов тест
- Мозесов тест

Два зависна узорка:

- Мек Немаров тест
- Тест знакова
- Вилкоксонов тест знака са рангом
- Маргинални тест хомогености

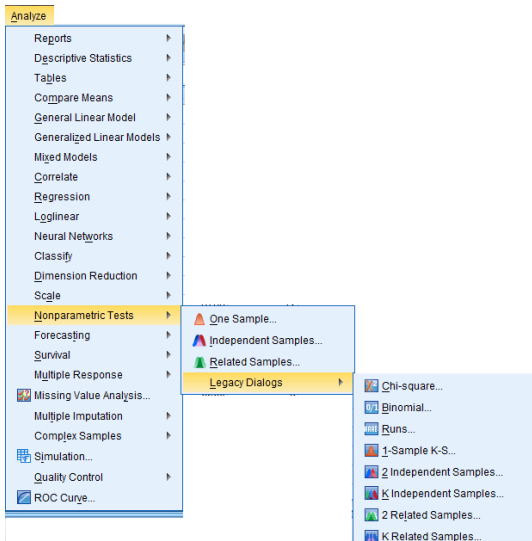
K независних узорка:

- Тест медијане
- Крускал-Валисов тест
- Дзонхир-Терпстра тест

K зависних узорка:

- Фридманов тест
- Кендалов W
- Кокранов Q тест

Analyze \Rightarrow Nonparametric Tests \Rightarrow Legacy Dialogs



Непараметарски тестови за један узорак

- тестови сагласности
- дају одговоре на питања:
 - 1 Да ли постоји значајна разлика у локацији између узорка и популације?
 - 2 Да ли постоји значајна разлика између емпиријских фреквенција и фреквенција које очекујемо на бази неке теорије?
 - 3 Да ли постоји значајна разлика између емпиријских и теоријских очекиваних пропорција?
 - 4 Да ли постоји разлог веровати да је узорак извучен из популације са одређеном расподелом?
 - 5 Да ли постоји разлог за веровање да је узорак случајан узорак из неке познате популације?

Analyze \Rightarrow Nonparametric Tests \Rightarrow Legacy Dialogs

- Chi-square
- Binomial...
- Runs...
- 1-Samples K-S

Хи-квадрат тест

- тест сагласности
- од интереса је расподела фреквенција целе популације
- тестира се да постоји значајна разлика између посматраног броја опсервација које припадају појединачним групама једне променљиве и очекиваног броја опсервација који се базира на теоријским вредностима
- $H_0 : p_i = p_i^*$ за $i = 1, 2, \dots, m$
- $H_1 : p_i \neq p_i^*$ за бар једно $i = 1, 2, \dots, m$
- тест статистика: $t = \sum_{i=1}^m \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} : \chi_{k-1}^2$ при H_0

p_i вероватноћа реализације догађаја

O_i посматрани број реализација у i -тој групи

E_i очекивани број реализација у i -тој групи када је H_0 тачна

t_0 таблична вредност

The image shows two overlapping dialog boxes from the SPSS software. The main window is titled "Chi-square Test" and contains a list of variables on the left, a "Test Variable List" box containing "Kategorija zaposlenih...", and an "Expected Values" section with radio buttons for "All categories equal" (selected) and "Values:". Below this are "Add", "Change", and "Remove" buttons. The "Expected Range" section has radio buttons for "Get from data" (selected) and "Use specified range". The "Options" dialog box is open to the right, showing the "Statistics" section with "Descriptive" and "Quartiles" checkboxes, and the "Missing Values" section with radio buttons for "Exclude cases test-by-test" (selected) and "Exclude cases listwise".

Annotations with blue arrows point from the "Expected Values" section to the text: "бар једна категоријска променљива".

Annotations with blue arrows point from the "Expected Values" section to the text: "алтернативе за области вредности које ће се тестирати".

Annotations with blue arrows point from the "Expected Values" section to the text: "да ли се тестира једнакост очекиваних фреквенција или неједнакост".

Kategorija zaposlenih

	Observed N	Expected N	Residual
sluzbenik	227	67,7	159,3
obuceni sluzbenik	136	67,7	68,3
sluzbenik obezbedjenja	27	67,7	-40,7
sluzbenik sa fakult. diplomom	41	67,7	-26,7
posebna grupa sluzbenika	32	67,7	-35,7
MBA diploma	5	67,7	-62,7
tehnicka sluzba	6	67,7	-61,7
Total	474		

Test Statistics

	Kategorija zaposlenih
Chi-Square	611,738 ^a
df	6
Asymp. Sig.	,000

a. 0 cells (0,0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 67,7.

Биномни тест

- испитују се популације које имају само две могућности: успех и неуспех
- на основу узорка потребно је испитати вероватноћу појављивања догађаја који је означен као успех
- $H_0 : p = p^*$
- $H_1 : p \neq p^*$
- тест статистика: t = број успеха у узорку

The image shows two overlapping dialog boxes from SPSS. The main window is the 'Binomial Test' dialog, and the smaller window on the right is 'Binomial Test: Options'.

Binomial Test Dialog:

- Test Variable List:** pol zaposlenog [pol]
- Test Proportion:** 0,50
- Define Dichotomy:** Get from data, Cut point

Binomial Test: Options Dialog:

- Statistics:** Descriptive, Quartiles
- Missing Values:** Exclude cases test-by-test, Exclude cases listwise

Binomial Test

	Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (2-tailed)
pol zaposlenog	Group 1 zene	216	,46	,50	,060
	Group 2 muskarci	258	,54		
Total		474	1,00		

⇒ прихвата се H_0

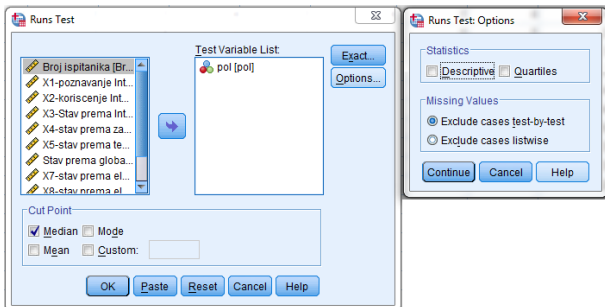
Тест корака

- тест случајности узорка, при чему су подаци подељени у две групе
- под кораком се подразумева подниз елемената исте категорије било које дужине
- за велике обиме узорка, тест статистика има стандардну нормалну расподелу
- H_0 : низ је случајан
- H_1 : низ није случајан
- тест статистика: $t = \frac{R - \bar{R}}{S_R}$

R број корака

$$\bar{R} = \frac{2n_1 n_2}{n_1 + n_2} + 1 \quad \text{очекивани број корака}$$

$$S_R^2 = \frac{2n_1 n_2 (2n_1 n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2 (n_1 + n_2 - 1)} \quad \text{стандардна девојација броја корака}$$



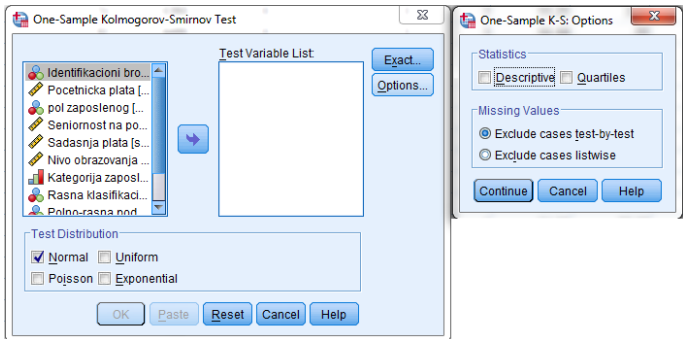
Runs Test

	pol
Test Value ^a	2
Cases < Test Value	50
Cases >= Test Value	50
Total Cases	100
Number of Runs	46
Z	-1,005
Asymp. Sig. (2-tailed)	,315

a. Median

Колмогоров-Смирнов тест

- тест сагласности
- примењује се за непрекидне расподеле
- има већу моћ од осталих тестова
- недостатак је тај што се валидно може испитати само класа расподеле, јер процене параметара у софтверу нису најквалитетније
- $H_0 : F(x) = F_0(x)$
- $H_1 : F(x) \neq F_0(x)$
- тест статистика: $t = \sup |F_0(x) - F_n^*(x)|$, $F_n^*(x)$ емпиријска функција расподеле



One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Pocetnicka plata
N		474
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	6806,43
	Std. Deviation	3148,255
Most Extreme Differences	Absolute	,252
	Positive	,252
	Negative	-,170
Kolmogorov-Smirnov Z		5,484
Asymp. Sig. (2-tailed)		,000

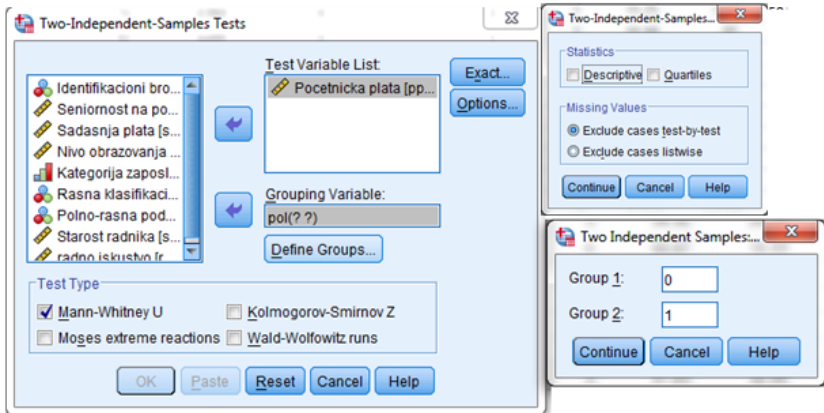
a. Test distribution is Normal.

Непараметарски тестови за два независна узорка

- користе се када су нарушене претпоставке t -теста (метричке променљиве, нормалност расподеле и независност опсервација)

Analyze \Rightarrow Nonparametric Tests \Rightarrow 2 Independent Samples

- 1 Mann-Whitney U test
- 2 Wald-Wolfowitz Runs test
- 3 Kolmogorov-Smirnov Z test
- 4 Moses Extreme Reactions test



Ман-Витни U тест

- најмоћнији непараметарски тест
- тестира се да су два узорка извучена из исте попуације
- $H_0 : F_X(x) = F_Y(x), \forall x$
- $H_1 : F_X(x) \neq F_Y(x)$
- тест статистика: $U = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n D_{ij}$
- за велике узорке: $Z = \frac{U - \frac{mn}{2}}{\sqrt{\frac{mn(m+n+1)}{12}}} : N(0, 1)$

$$D_{ij} = \begin{cases} 1, & Y_j < X_i; \\ 0, & Y_j > X_i. \end{cases}, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, m < n$$

Комбинују се резултати из оба узорка и рангирају у растућем поретку, при чему се чува порекло опсервација. Статистика U је одређена бројем случајева да резултат из већег узорка претходи резултату узорка са мањим бројем опсервација у рангирању. Реализована вредност $u \in \{0, 1, \dots, m + n\}$

Ranks

	pol zaposlenog	N	Mean Rank	Sum of Ranks
Pocetnicka plata	muskarci	258	315,06	81285,00
	zene	216	144,86	31290,00
	Total	474		

Test Statistics^a

	Pocetnicka plata
Mann-Whitney U	7854,000
Wilcoxon W	31290,000
Z	-13,496
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000

a. Grouping Variable: pol
zaposlenog

⇒ одбацује се H_0

Колмогоров-Смирнов тест

- елементи оба узорка се сортирају у растућем поретку и рачунају се емпиријске функције расподеле
- $H_0 : F_X(x) = F_Y(x), \forall x$
- $H_1 : F_X(x) \neq F_Y(x)$
- тест статистика: $Z = \sup_j |F_{n1}^*(x_j) - F_{n2}^*(x_j)|$, F_n^* емпиријска функција расподеле

Frequencies

	pol zaposlenog	N
Pocetnicka plata	muskarci	258
	zene	216
	Total	474

Test Statistics^a

		Pocetnicka plata
Most Extreme Differences	Absolute	,647
	Positive	,000
	Negative	-,647
Kolmogorov-Smirnov Z		7,015
Asymp. Sig. (2-tailed)		,000

a. Grouping Variable: pol zaposlenog

⇒ одбацује се H_0

Валд-Волфовићев тест

- тестира се да не постоји значајна разлика између функција расподеле, тј. да су популације из којих су узорци издвојени из идентичних расподела
- $H_0 : F_X(x) = F_Y(x), \forall x$
- $H_1 : F_X(x) \neq F_Y(x)$
- тест статистика: $R =$ укупан број корака
- за велике узорке: $Z = \frac{R - \frac{2mn}{m+n}}{\sqrt{\frac{2mn(2mn - m - n)}{(m+n)^2(m+n+1)}}} : N(0, 1)$

Корак представља број промена у групи коју посматрамо, тачније под једним кораком подразумева се низ елемената исте категорије произвољне дужине. Вредности се рангирају у растућем поретку и онда се преброје кораци. Мале вредности говоре о томе да се популације разликују, а велике указују на то да се ради о идентичним популацијама у смислу расподеле.

Frequencies

	pol zaposlenog	N
Pocetnicka plata	muskarci	258
	zene	216
	Total	474

Test Statistics^{a,b}

		Number of Runs	Z	Asymp. Sig. (1-tailed)
Pocetnicka plata	Minimum Possible	34 ^c	-18,736	,000
	Maximum Possible	152 ^c	-7,799	,000

- a. Wald-Wolfowitz Test
 b. Grouping Variable: pol zaposlenog
 c. There are 21 inter-group ties involving 293 cases.

⇒ одбацује се H_0

Мозесов тест

- тестирају се два независна узорка са непрекидном расподелом
- H_0 : вероватноће да свака од популација садржи екстремне вредности су једнаке
- H_1 : већа је вероватноћа да се екстремне вредности нађу у популацији из које је издвојен узорак већег обима
- тест статистика:
 $SPAN = \text{највећи ранг} - \text{најмањи ранг (контролног узорка)} + 1$

Вредности из оба узорка се споје, сортирају и рангирају. Вредност најмањег ранга одређује контролни узорак. Ако $SPAN$ није цео број, заокружује се на најближи цео број. Нека m и n представљају укупан број чланова контролног и експерименталног узорка, укључујући фреквенције, и $g = SPAN - m + 2h$, h је цео број једнак $0.05m$ или 1 у зависности од тога који је број већи. Вероватноћа распона s је

$$P\{s \leq SPAN\} = \left\{ \sum_{i=1}^g \binom{i+m-2h-2}{i} \binom{n+2i+1-i}{n-i} \right\} / \binom{m+n}{n}$$

Frequencies

	pol zaposlenog	N
Pocetnicka plata	muskarci (Control)	258
	zene (Experimental)	216
	Total	474

Test Statistics^{a,b}

		Pocetnicka plata
Observed Control Group		473
Span	Sig. (1-tailed)	,704
Trimmed Control Group		303
Span	Sig. (1-tailed)	,000
Outliers Trimmed from each End		12

a. Moses Test

b. Grouping Variable: pol zaposlenog

⇒ прихвата се H_0

Непараметарски тестови за два зависна узорка

- користе се када су нарушене претпоставке t -теста за упарене узорке (подаци бар на интервалној скали и разлика резидуала обележја у узорцима нормално расподељена)

Analyze \Rightarrow Nonparametric Tests \Rightarrow 2 Related Samples

- 1 Wilcoxon test
- 2 Sign test
- 3 McNemar test
- 4 Marginal homogeneity test

The image shows two overlapping dialog boxes from the SPSS software. The main dialog is titled "Two-Related-Samples Tests" and contains a list of variables on the left, a "Test Pairs" table, and a "Test Type" section. The "Test Pairs" table has two rows, both with "Prosecn..." in both Variable 1 and Variable 2 columns. The "Test Type" section has four checked options: Wilcoxon, Sign, McNemar, and Marginal Homogeneity. The "Options" sub-dialog is open on the right, showing "Statistics" with "Descriptive" and "Quartiles" checked, and "Missing Values" with "Exclude cases list-by-test" selected. Buttons for "Exact...", "Options...", "Continue", "Cancel", and "Help" are visible.

Two-Related-Samples Tests

Test Pairs:

Pair	Variable1	Variable2
1	Prosecn...	Prosecn...
2	Prosecn...	Prosecn...

Test Type

- Wilcoxon
- Sign
- McNemar
- Marginal Homogeneity

Two-Related-Samples: Opti...

Statistics

- Descriptive
- Quartiles

Missing Values

- Exclude cases list-by-test
- Exclude cases listwise

Continue Cancel Help

Вилкоксонов тест означених рангова

- користи се за утврђивање постоји ли статистички значајна разлика између два зависна узорка
- користи информацију о величини разлике и даје већу тежину паровима који показују већу разлику
- H_0 : узорци припадају истој популацији у погледу испитиване особине, тј. нема разлике између група
- $H_1 = \neg H_0$
- тест статистика: T = мања сума означених рангова
- за велике узорке ($n > 25$): $Z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} : N(0, 1)$

За једна пар се посматра разлика резултата неког обележја која је настала под дејством два третмана (d_i), затим се рангирају сви d_i по апсолутној вредности и тако ранжираним вредностима се додељује одговарајући знак разлике ($d_i = 0$ се изостављају). Посебно се сабирају позитивни и негативни рангови. Ако је нулта хипотеза тачна ове суме рангова су једнаке.

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
Prosečna vrednost kupovine u marketu2 u poslednjih nedelju dana -	Negative Ranks	120 ^a	87,56	10507,00
	Positive Ranks	40 ^b	59,33	2373,00
Prosečna vrednost kupovine u marketu1 u poslednjih nedelju dana	Ties	2 ^c		
	Total	162		

- a. Prosečna vrednost kupovine u marketu2 u poslednjih nedelju dana < Prosečna vrednost kupovine u marketu1 u poslednjih nedelju dana
- b. Prosečna vrednost kupovine u marketu2 u poslednjih nedelju dana > Prosečna vrednost kupovine u marketu1 u poslednjih nedelju dana
- c. Prosečna vrednost kupovine u marketu2 u poslednjih nedelju dana = Prosečna vrednost kupovine u marketu1 u poslednjih nedelju dana

Test Statistics^a

	Prosečna vrednost kupovine u marketu2 u poslednjih nedelju dana - Prosečna vrednost kupovine u marketu1 u poslednjih nedelju dana
Z	-6,929 ^b
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000

- a. Wilcoxon Signed Ranks Test
- b. Based on positive ranks.

Тест знака

- користи се за утврђивање да ли се два зависна узорка разлику по питању испитиване особине
- H_0 : нема разлике међу групама
- $H_1 = \neg H_0$
- тест статистика:
 $D = |\text{број плусева} - \text{број минусева}|$
- за велики број парова (n): $Z = \frac{D-1}{\sqrt{n}} : N(0, 1)$

Сваком пару резултата се додељује + или - у зависности од тога које је члан пара бољи, односно лошији. Ако су чланови пара једнаки додељује се 0. Пребројавају се плусеви и минусеви. При тачној H_0 , број плусева и минусева је једнак.

Frequencies

		N
Prosečna vrednost kupovine u marketu2 u poslednjih nedelju dana -	Negative Differences ^a	120
Prosečna vrednost kupovine u marketu1 u poslednjih nedelju dana	Positive Differences ^b	40
	Ties ^c	2
	Total	162

- a. Prosečna vrednost kupovine u marketu2 u poslednjih nedelju dana < Prosečna vrednost kupovine u marketu1 u poslednjih nedelju dana
- b. Prosečna vrednost kupovine u marketu2 u poslednjih nedelju dana > Prosečna vrednost kupovine u marketu1 u poslednjih nedelju dana
- c. Prosečna vrednost kupovine u marketu2 u poslednjih nedelju dana = Prosečna vrednost kupovine u marketu1 u poslednjih nedelju dana

Test Statistics^a

	Prosečna vrednost kupovine u marketu2 u poslednjih nedelju dana - Prosečna vrednost kupovine u marketu1 u poslednjih nedelju dana
Z	-6,245
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000

Мек Немаров тест

- примењује се за оцену значајности разлике учесталости дихотомних података, тј. података који узимају само две вредности
- подаци се организују у виду табеле 2×2
- H_0 : нема разлике међу групама
- $H_1 = \neg H_0$
- тест статистика: $\chi^2 = \frac{(b-c)^2}{b+c}$
- ако је $b + c < 20$: $\chi^2 = \frac{(|b-c|-1)^2}{b+c}$

		Drugi uzorak (ili druga opservacija)		
		+	-	
Prvi uzorak (ili prva opservacija)	+	a	b	a+b
	-	c	d	c+d
		a+c	b+d	N

Pre & Posle

Pre	Posle	
	0	1
0	138	7
1	29	36

Test Statistics^a

	Pre & Posle
N	210
Chi-Square ^b	12,250
Asymp. Sig.	,000

a. McNemar Test

b. Continuity
Corrected

⇒ одбацује се H_0

Тест маргиналне хомогености

- сличан као претходни тест само се може применити на променљиве са више од две категорије
- подаци се организују у виду табеле $n \times n$
- H_0 : нема разлике међу групама
- $H_1 = \neg H_0$

Marginal Homogeneity Test

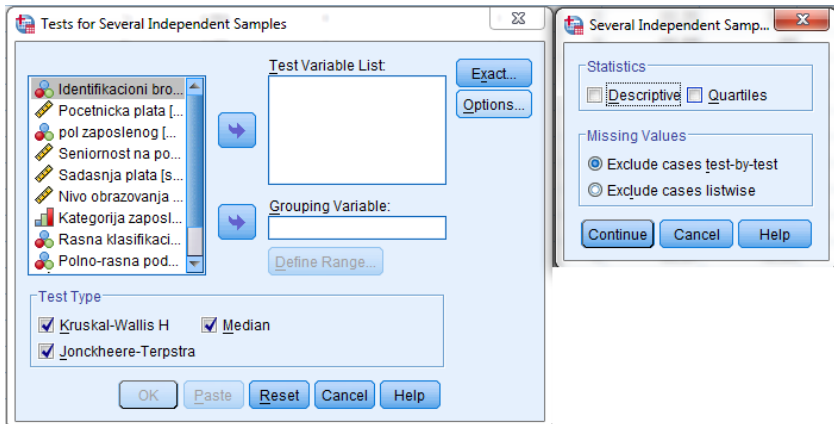
	Prosečna vrednost kupovine u marketu1 u poslednjih nedelju dana & Prosečna vrednost kupovine u marketu2 u poslednjih nedelju dana
Distinct Values	82
Off-Diagonal Cases	160
Observed MH Statistic	623370,000
Mean MH Statistic	479392,500
Std. Deviation of MH Statistic	21827,838
Std. MH Statistic	6,596
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000

Непараметарски тестови за K независних узорака

- поређење k независних случајних узорака који су извучени сваки из посебне популације и није обавезно да буду једнаке величине
- примењују се када нису испуњени услови једнофакторске дисперзионе анализе (независне опсервације, популација има нормалну расподелу, варијансе су једнаке и мерени су бар на интервалној скали)

Analyze \Rightarrow Nonparametric Tests \Rightarrow K Independent Samples

- 1 Kruskal-Wallis H test
- 2 Median test
- 3 Jonckheere-Terpstra test



Крускал-Валисов тест

- тестира да је k независних узорака извучено из исте популације или идентичних популација са једнаком медијаном
- посматране променљиве морају имати непрекидну расподелу и мерене су бар на ординалној скали
- $H_0 : \theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_k$, θ_j је медијана за j -ту групу
- $H_1 : \theta_i \neq \theta_j$, за неко i и j
- тест статистика: $H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - 3(n+1) : \chi_{k-1}^2$ при H_0

k број узорака

N укупан број опсервација у свим узорцима

n_j број опсервација у j -тој колони

R_j сума рангова у j -тој групи

Ranks

	Polno-rasna podela	N	Mean Rank
Pocetnicka plata	muskarci bele rase	194	334,73
	muskarci drugih rase	64	255,42
	zene bele rase	176	154,79
	zene drugih rase	40	101,19
Total		474	

Test Statistics^{a,b}

	Pocetnicka plata
Chi-Square	203,326
df	3
Asymp. Sig.	,000

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable:
Polno-rasna podela

⇒ одбацује се H_0

Тест медијане

- специјалан случај Пирсоновог хи-квадрат теста
- $H_0 : \theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_k$, θ_j је медијана за j -ту групу
- $H_1 : \theta_i \neq \theta_j$, за неко i и j
- тест статистика:
$$T = \frac{N^2}{ab} \sum_{i=1}^k \frac{(A_i - a \frac{n_i}{N})^2}{n_i} : \chi_{k-1}^2$$

a број опсервација већих од главне медијане за све узорке

b број опсервација мањих или једнаких од главне медијане за све узорке

N укупан број опсервација

A_i број опсервација већих од главне медијане за i -ти узорак

Frequencies

		Polno-rasna podela				
		0	muskarci bele rase	muskarci drugih rasa	zene bele rase	zene drugih rasa
Pocetnicka plata	> Median	0	143	27	38	2
	<= Median	0	51	37	138	38

Test Statistics^a

	Pocetnicka plata
N	474
Median	6000,00
Chi-Square	129,944 ^b
df	3
Asymp. Sig.	,000

a. Grouping Variable:
Polno-rasna podela

b. 0 cells (0,0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 17,7.

⇒ одбацује се H_0

Дзонхир-Терпстра тест

- тестира да је k независних узорака извучено из исте популације или идентичних популација са једнаком медијаном
- $H_0 : \theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_k$, θ_j је медијана за j -ту групу
- $H_1 : \theta_1 \leq \theta_2 \leq \dots \leq \theta_k$, где је бар једна од неједнакости строга

- тест статистика:
$$T = \frac{\sum U_{xy} - \frac{N^2 - \sum_{j=1}^k n_j^2}{4}}{\sqrt{\frac{N^2(2N+3) - \sum_{j=1}^k n_j^2(2n_j+3)}{72}}} : N(0, 1)$$

U_{xy} број опсервација узорка y које су веће од сваке опсервације узорка x

Jonckheere-Terpstra Test^a

	Рачунарска плата
Number of Levels in Polno-rasna podela	4
N	474
Observed J-T Statistic	14004,000
Mean J-T Statistic	37592,000
Std. Deviation of J-T Statistic	1610,057
Std. J-T Statistic	-14,650
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000

a. Grouping Variable: Polno-rasna
podela

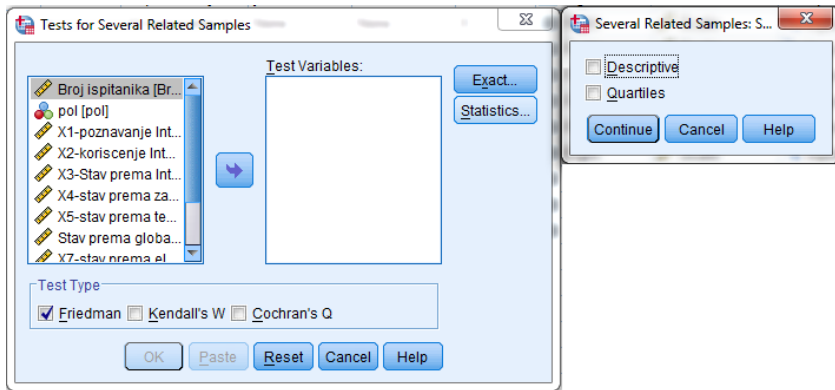
⇒ одбацује се H_0

Непараметарски тестови за K зависних узорака

- поређење k узорака једнаке величине који су упарени по неком критеријуму или су у питању исте опсервације који се мере под k различитих услова
- примењују се када нису испуњени услови анализе варијансе поновљених мерења

Analyze \Rightarrow Nonparametric Tests \Rightarrow K Related Samples

- 1 Friedman test
- 2 Kendall's W test
- 3 Cochran's Q test



Фридманов тест

- тестира да је k упарених узорака извучено из исте популације
- подаци се смештају у табелу са N редова и k колна
- H_0 : подаци долазе из исте популације
- $H_1 = \neg H_0$
- тест статистика:

$$F_r = \frac{12}{Nk(k+1)} \sum_{j=1}^k R_j^2 - 3N(k+1) : \chi_{k-1}^2 \text{ при } H_0$$

R_j сума рангова у j -тој колони

Ranks

	Mean Rank
X7-stav prema elektronskom marketingu	2,09
X8-stav prema elektronskoj trgovini	2,24
X9-stav prema elektronskom bankarstvu	1,68

Test Statistics^a

N	100
Chi-Square	24,243
df	2
Asymp. Sig.	,000

a. Friedman Test

⇒ одбацује се H_0

Кендалов тест

- нормализација статистике Фридмановог теста
- узима вредности између 0 (нема слагања) и 1 (има слагања)
- H_0 : подаци долазе из исте популације
- $H_1 = \neg H_0$
- тест статистика: $W = \frac{12S}{k^2(n^3-n)}$

$$S = \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2$$

R_i сума рангова у i -тој колони

Ranks

	Mean Rank
X7-stav prema elektronskom marketingu	2,09
X8-stav prema elektronskoj trgovini	2,24
X9-stav prema elektronskom bankarstvu	1,68

Test Statistics

N	100
Kendall's W ^a	,121
Chi-Square	24,243
df	2
Asymp. Sig.	,000

a. Kendall's
Coefficient of
Concordance

⇒ одбацује се H_0

Кохранов тест

- слично као Фридманов тест са дихотомном променљивом
- H_0 : однос одговора се не разликује по групама
- $H_1 = \neg H_0$

- тест статистика:
$$T = k(k-1) \frac{\sum_{j=1}^k (X_{.j} - \frac{N}{k})^2}{\sum_{i=1}^b X_{i.}(k-X_{i.})}$$

k број група

b број блокова

N сума свих вредности

Ranks

	Mean Rank
X7-stav prema elektronskom marketingu	2,09
X8-stav prema elektronskoj trgovini	2,24
X9-stav prema elektronskom bankarstvu	1,68

Test Statistics

N	100
Kendall's W ^a	,121
Chi-Square	24,243
df	2
Asymp. Sig.	,000

a. Kendall's
Coefficient of
Concordance

⇒ одбацује се H_0

Садржај

- 1 *Непараметарски тестови*
 - Непараметарски тестови за један узорак
 - Непараметарски тестови за два независна узорка
 - Непараметарски тестови за два зависна узорка
 - Непараметарски тестови за K независних узорак
 - Непараметарски тестови за K зависних узорак
- 2 *Примери*

Пример 1

- a) Да ли се може прихватити тврђење да корисници у просеку користе интернет 15 часова недељно?
- б) Да ли претходни закључак важи и за жене и за мушкарце?

Користити базу 2 (са 3. часа).

Пример 2

- a) Да ли различити типови корисника у просеку користе интернет различит број сати у току недеље?
- b) Ако је потврдан одговор на прво питање, одредити између којих група корисника постоје значајне разлике у просечном броју сати коришћења интернета у току недеље?

Користити базу 2 (са 3. часа).

Пример 3

Са нивоом значајности од 5% проверити да ли се може прихватити тврђење да постоје разлике у просечном ставу мушкараца и жена према

- а)* електронском маркетингу
- б)* електронској трговини
- в)* електронском банкарству

Користити базу 2 (са 3.часа).

Хвала на пажњи!