

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА А - ТЕСТ 1
16. НОВЕМБАР 2014.

1. У кутији се налазе четири цедуље нумерисане бројевима 1, 2, 3, 4. Цедуље се извлаче два пута са враћањем.
- Записати скуп свих могућих исхода. Да ли су исходи једнако вероватни?
 - Означимо са A_k догађај да је у k -том извлачењу извучен непаран број. Користећи скуповне операције представити преко A_1 и A_2 догађај да је извучен бар један паран број.

Решење

- $\Omega = \{11, 12, 13, 14, 21, 22, 23, 24, 31, 32, 33, 34, 41, 42, 43, 44\}$, $|\Omega| = 16$. Исходи јесу једнако вероватни.
- Нека је A догађај да је извучен бар један паран број. Тада је $A = \overline{A_1 A_2} = \overline{A_1} \cup \overline{A_2}$.

2. Новчић се баца четири пута. Одредити вероватноћу догађаја:

- A - писмо је пало више пута него глава.
- B - у сва четири бацања пала је иста страна.
- Испитати независност догађаја A и B .

Решење

Приметимо да је $|\Omega| = 2^4 = 16$. Означимо са 0 писмо, а са 1 главу.

- $A = \{0000, 0001, 0010, 0100, 1000\}$. Стога је $P(A) = \frac{5}{16}$.
- $B = \{0000, 1111\}$. Стога је $P(B) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$.
- $AB = \{0000\}$. Дакле, $P(AB) = \frac{1}{16} = \frac{8}{128}$. Обзиром да је $P(A)P(B) = \frac{5}{16} \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{128}$, догађаји A и B нису независни.

3. У првој кутији се налази седам белих и седам црних куглица, а у другој кутији девет белих и пет црних. Случајно је изабрана кутија и из ње извучена куглица. Вероватноћа да је одабрана прва кутија је $\frac{2}{5}$, а да је изабрана друга кутија је $\frac{3}{5}$. Одредити вероватноћу да је изабрана куглица бела.

Решење

Нека је A догађај да је извучена бела куглица. Нека је H_1 догађај да је изабрана прва кутија. Нека је H_2 догађај да је изабрана друга кутија.

Тада је $P(A) = P(H_1)P(A|H_1) + P(H_2)P(A|H_2) = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{14} + \frac{3}{5} \cdot \frac{9}{14} = \frac{41}{70}$.

4. Случајна величина X представља број победа екипе P у три утакмице против екипе Z . Ако се зна да се утакмице играју независно једна од друге и да је вероватноћа да екипа P победи у једној утакмици 0.7 , одредити расподелу вероватноћа случајне величине X .

Решење

Приметимо да случајна величина X броји успехе у три експеримента, где је вероватноћа успеха у једном експерименту једнака 0.7 .

Стога, случајна величина X има биномну расподелу са параметрима $n = 3$ и $p = 0.7$.

$$X : \left(\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \binom{3}{0}0.7^00.3^3 & \binom{3}{1}0.7^10.3^2 & \binom{3}{2}0.7^20.3^1 & \binom{3}{3}0.7^30.3^0 \end{array} \right)$$

$$X : \left(\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0.027 & 0.189 & 0.441 & 0.343 \end{array} \right)$$

5. Случајна величина X је представљена законом расподеле вероватноћа $X : \left(\begin{array}{ccc} -1 & 0 & 2 \\ 0.5 & 0.25 & 0.25 \end{array} \right)$.

- а) Израчунати математичко очекивање и дисперзију случајне величине X .
б) Израчунати вероватноћу да случајна величина X^2 узме вредност већу од нула.

Решење

- а) $EX = -1 * 0.5 + 0 * 0.25 + 2 * 0.25 = 0$, $DX = EX^2 - (EX)^2 = 1 * 0.5 + 0 * 0.25 + 4 * 0.25 - 0^2 = 1.5$.
б) $P\{X^2 > 0\} = 1 - P\{X^2 = 0\} = 1 - P\{X = 0\} = 1 - 0.25 = 0.75$.