

## ЗАДАЦИ ИЗ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИХ ЈЕДНАЧИНА – Р смер

Тринаести двочас

асистент: Марија Микић

1. Испитати егзистенцију и јединственост Кошијевог проблема  $y' = f(x, y)$ ,  $y(0) = 0$ , ако је:

а)  $f(x, y) = xy^3$ ;

б)  $f(x, y) = x^2|y|^{\frac{1}{2}}$ ;

в)  $f(x, y) = \frac{\ln y}{1 - \operatorname{sgn} y} + x$ .

2. Нека је дата диференцијална једначина  $y' = (y^2 - y - 2)(1 - y)^2$ .

а) Скицирати поље праваца дате диференцијалне једначине.

б) Не решавајући дату једначину скицирати њене интегралне криве.

в) Ако за решење дате једначине важи да је  $y(0) = a$ ,  $a \leq 2$ , у зависности од параметра  $a$  одредити  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$ .

3. а) Нека функције  $\varphi_1(x)$  и  $\varphi_2(x)$  чине фундаменталан систем решења на интервалу  $(a, b)$  диференцијалне једначине  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Изразити  $p_1(x)$  и  $p_2(x)$  у функцији решења  $\varphi_1(x)$  и  $\varphi_2(x)$ .

б) Нека је  $x \in (\sqrt{e}, +\infty)$ . Формирати линеарну диференцијалну једначину најмањег реда ако су дата њена решења  $\varphi_1(x) = \frac{x^2}{2}$  и  $\varphi_2(x) = \ln x$ .

4. Нека је  $a \in \mathbb{R}$  и

$$A = \begin{bmatrix} -a & 0 & 0 \\ 0 & a & -2 \\ 0 & a - 2 & a - 2 \end{bmatrix}.$$

Ако је  $\det e^A = e$ , решити систем диференцијалних једначина  $Y' = AY$ .