Колоквијум из Диференцијалних једначина Б (В), 15.4.2018.

1. а) Методом решавања диференцијалних једначина помоћу степених редова одредити опште решење диференцијалне једначине у коначном облику (сумирати редове) $(1-2x)y''+4xy'-4y=0$.

б) Одредити Гринову функцију за гранични задатак $(1-2x)y''+4xy'-4y=e^{3x}-2xe^{3x}$, $y'(0)=0$, $\frac{1}{4}\cdot y'\left(\frac{1}{4}\right)-y\left(\frac{1}{4}\right)=0$, а затим решити задати гранични задатак.

2. Нека је $a\in\mathbb{R}$ и нека је $A=\begin{bmatrix} a+1 & a \\ a & 2a \end{bmatrix}$. Ако је $\det e^A=e^4$, одредити:

а) e^{Ax};

б) решење Кошијевог проблема $Y'=AY$, $Y(0)=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$;

в) опште решење система $Y'=AY+\begin{bmatrix} e^x \\ e^{-x} \end{bmatrix}$, методом варијације константи.

3. а) Одредити матрицу $A(x)$ линеарног система диференцијалних једначина $Y'=AY$, ако је $\Phi(x)=\begin{bmatrix} e^x\cos x & -\sin x \\ e^x\sin x & \cos x \end{bmatrix}$ фундаментална матрица тог система.

б) Нека је $B\in M_n(\mathbb{R})$. Доказати да је e^{Bx} фундаментална матрица система $Y'=BY$.

Колоквијум из Диференцијалних једначина Б (В), 15.4.2018.

1. а) Методом решавања диференцијалних једначина помоћу степених редова одредити опште решење диференцијалне једначине у коначном облику (сумирати редове) $(1-2x)y''+4xy'-4y=0$.

б) Одредити Гринову функцију за гранични задатак $(1-2x)y''+4xy'-4y=e^{3x}-2xe^{3x}$, $y'(0)=0$, $\frac{1}{4}\cdot y'\left(\frac{1}{4}\right)-y\left(\frac{1}{4}\right)=0$, а затим решити задати гранични задатак.

2. Нека је $a\in\mathbb{R}$ и нека је $A=\begin{bmatrix} a+1 & a \\ a & 2a \end{bmatrix}$. Ако је $\det e^A=e^4$, одредити:

а) e^{Ax};

б) решење Кошијевог проблема $Y'=AY$, $Y(0)=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$;

в) опште решење система $Y'=AY+\begin{bmatrix} e^x \\ e^{-x} \end{bmatrix}$, методом варијације константи.

3. а) Одредити матрицу $A(x)$ линеарног система диференцијалних једначина $Y'=AY$, ако је $\Phi(x)=\begin{bmatrix} e^x\cos x & -\sin x \\ e^x\sin x & \cos x \end{bmatrix}$ фундаментална матрица тог система.

б) Нека је $B\in M_n(\mathbb{R})$. Доказати да је e^{Bx} фундаментална матрица система $Y'=BY$.

Колоквијум из Диференцијалних једначина Б (В), 15.4.2018.

1. а) Методом решавања диференцијалних једначина помоћу степених редова одредити опште решење диференцијалне једначине у коначном облику (сумирати редове) $(1-2x)y''+4xy'-4y=0$.

б) Одредити Гринову функцију за гранични задатак $(1-2x)y''+4xy'-4y=e^{3x}-2xe^{3x}$, $y'(0)=0$, $\frac{1}{4}\cdot y'\left(\frac{1}{4}\right)-y\left(\frac{1}{4}\right)=0$, а затим решити задати гранични задатак.

2. Нека је $a\in\mathbb{R}$ и нека је $A=\begin{bmatrix} a+1 & a \\ a & 2a \end{bmatrix}$. Ако је $\det e^A=e^4$, одредити:

а) e^{Ax};

б) решење Кошијевог проблема $Y'=AY$, $Y(0)=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$;

в) опште решење система $Y'=AY+\begin{bmatrix} e^x \\ e^{-x} \end{bmatrix}$, методом варијације константи.

3. а) Одредити матрицу $A(x)$ линеарног система диференцијалних једначина $Y'=AY$, ако је $\Phi(x)=\begin{bmatrix} e^x\cos x & -\sin x \\ e^x\sin x & \cos x \end{bmatrix}$ фундаментална матрица тог система.

б) Нека је $B\in M_n(\mathbb{R})$. Доказати да је e^{Bx} фундаментална матрица система $Y'=BY$.