

Писмени испит из Диференцијалних једначина (Р), 28.8.2018.

1. Нека тангента криве $y = f(x)$ у тачки M сече y -осу у тачки P . Наћи све криве код којих је дуж OP за две јединице краћа од апсцисе тачке M .
2. Решити диференцијалну једначину $x^2yy'' + xy y' - x^2y'^2 = y\sqrt{x^2y'^2 + y^2}$.
3. Нека је $L(y) = (x - 1)^3y'' - 4(x - 1)^2y' + 6(x - 1)y$.
 - а) Решити једначину $L(y) = 0$.
 - б) Одредити Гринову функцију за гранични проблем $L(y) = (x - 1) \operatorname{ch}(2 \ln(x - 1))$, $-3y(2) + y'(2) = 0$, $-4y(3) + 4y'(3) = 0$, а затим решити гранични проблем коришћењем функције Грина.
4. Нека је $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.
 - а) Решити систем $Y' = BY$.
 - б) Доказати да за свако $A \in M_n(\mathbb{R})$ важи да је $e^A = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(E + \frac{A}{n}\right)^n$.
 - в) Израчунати $\det \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \left(E + \frac{e^B}{n}\right)^n \right)$.

Писмени испит из Диференцијалних једначина (Р), 28.8.2018.

1. Нека тангента криве $y = f(x)$ у тачки M сече y -осу у тачки P . Наћи све криве код којих је дуж OP за две јединице краћа од апсцисе тачке M .
2. Решити диференцијалну једначину $x^2yy'' + xy y' - x^2y'^2 = y\sqrt{x^2y'^2 + y^2}$.
3. Нека је $L(y) = (x - 1)^3y'' - 4(x - 1)^2y' + 6(x - 1)y$.
 - а) Решити једначину $L(y) = 0$.
 - б) Одредити Гринову функцију за гранични проблем $L(y) = (x - 1) \operatorname{ch}(2 \ln(x - 1))$, $-3y(2) + y'(2) = 0$, $-4y(3) + 4y'(3) = 0$, а затим решити гранични проблем коришћењем функције Грина.
4. Нека је $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.
 - а) Решити систем $Y' = BY$.
 - б) Доказати да за свако $A \in M_n(\mathbb{R})$ важи да је $e^A = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(E + \frac{A}{n}\right)^n$.
 - в) Израчунати $\det \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \left(E + \frac{e^B}{n}\right)^n \right)$.

Писмени испит из Диференцијалних једначина (Р), 28.8.2018.

1. Нека тангента криве $y = f(x)$ у тачки M сече y -осу у тачки P . Наћи све криве код којих је дуж OP за две јединице краћа од апсцисе тачке M .
2. Решити диференцијалну једначину $x^2yy'' + xy y' - x^2y'^2 = y\sqrt{x^2y'^2 + y^2}$.
3. Нека је $L(y) = (x - 1)^3y'' - 4(x - 1)^2y' + 6(x - 1)y$.
 - а) Решити једначину $L(y) = 0$.
 - б) Одредити Гринову функцију за гранични проблем $L(y) = (x - 1) \operatorname{ch}(2 \ln(x - 1))$, $-3y(2) + y'(2) = 0$, $-4y(3) + 4y'(3) = 0$, а затим решити гранични проблем коришћењем функције Грина.
4. Нека је $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.
 - а) Решити систем $Y' = BY$.
 - б) Доказати да за свако $A \in M_n(\mathbb{R})$ важи да је $e^A = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(E + \frac{A}{n}\right)^n$.
 - в) Израчунати $\det \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \left(E + \frac{e^B}{n}\right)^n \right)$.