

Писмени испит из Диференцијалних једначина (Р), 1.2.2018.

1. Нека је $\lambda > 0$, $l > 0$ и $\sin(\sqrt{\lambda}l) \neq 0$. Нека је дат гранични проблем $y'' + \lambda y = f(x)$, $y(0) = y(l) = 0$.
- а) Одредити Гринову функцију за дати гранични проблем.
- б) Нека је $f(x) = \sin(\sqrt{\lambda}x)$. Користећи Гринову функцију из дела а) решити дати гранични проблем.
2. Нека је $a \in \mathbb{R}$ и

$$A = \begin{bmatrix} -a & 0 & 0 \\ 0 & a & -2 \\ 0 & a-2 & a-2 \end{bmatrix}.$$

Ако је $\det e^A = e$, решити систем диференцијалних једначина $Y' = AY$.

3. Нека је $a \geq 0$ и $\alpha > 0$. Нека је дат Кошијев проблем $y' = (y^2)^\alpha$, $y(0) = a$.
- а) У зависности од параметара a и α испитати егзистенцију и јединственост решења Кошијевог проблема.
- б) Испитати продуживост решења Кошијевог проблема $y' = y^{\frac{1}{2}}$, $y(0) = 0$ на \mathbb{R} .
4. Решити диференцијалну једначину $yy'' + y'^2 + \frac{yy'}{x} = 0$.

Писмени испит из Диференцијалних једначина (Р), 1.2.2018.

1. Нека је $\lambda > 0$, $l > 0$ и $\sin(\sqrt{\lambda}l) \neq 0$. Нека је дат гранични проблем $y'' + \lambda y = f(x)$, $y(0) = y(l) = 0$.
- а) Одредити Гринову функцију за дати гранични проблем.
- б) Нека је $f(x) = \sin(\sqrt{\lambda}x)$. Користећи Гринову функцију из дела а) решити дати гранични проблем.
2. Нека је $a \in \mathbb{R}$ и

$$A = \begin{bmatrix} -a & 0 & 0 \\ 0 & a & -2 \\ 0 & a-2 & a-2 \end{bmatrix}.$$

Ако је $\det e^A = e$, решити систем диференцијалних једначина $Y' = AY$.

3. Нека је $a \geq 0$ и $\alpha > 0$. Нека је дат Кошијев проблем $y' = (y^2)^\alpha$, $y(0) = a$.
- а) У зависности од параметара a и α испитати егзистенцију и јединственост решења Кошијевог проблема.
- б) Испитати продуживост решења Кошијевог проблема $y' = y^{\frac{1}{2}}$, $y(0) = 0$ на \mathbb{R} .
4. Решити диференцијалну једначину $yy'' + y'^2 + \frac{yy'}{x} = 0$.

Писмени испит из Диференцијалних једначина (Р), 1.2.2018.

1. Нека је $\lambda > 0$, $l > 0$ и $\sin(\sqrt{\lambda}l) \neq 0$. Нека је дат гранични проблем $y'' + \lambda y = f(x)$, $y(0) = y(l) = 0$.
- а) Одредити Гринову функцију за дати гранични проблем.
- б) Нека је $f(x) = \sin(\sqrt{\lambda}x)$. Користећи Гринову функцију из дела а) решити дати гранични проблем.
2. Нека је $a \in \mathbb{R}$ и

$$A = \begin{bmatrix} -a & 0 & 0 \\ 0 & a & -2 \\ 0 & a-2 & a-2 \end{bmatrix}.$$

Ако је $\det e^A = e$, решити систем диференцијалних једначина $Y' = AY$.

3. Нека је $a \geq 0$ и $\alpha > 0$. Нека је дат Кошијев проблем $y' = (y^2)^\alpha$, $y(0) = a$.
- а) У зависности од параметара a и α испитати егзистенцију и јединственост решења Кошијевог проблема.
- б) Испитати продуживост решења Кошијевог проблема $y' = y^{\frac{1}{2}}$, $y(0) = 0$ на \mathbb{R} .
4. Решити диференцијалну једначину $yy'' + y'^2 + \frac{yy'}{x} = 0$.