MATLAB – zadaci za rad na času
IV deo

Iterativni metodi za rešavanje sistema lin. jednačina

1. Implementirati Jakobijevu metodu za rešavanje sistema lin. jednačina. Pratiti izvođenje dato u knjizi*, na strani 160.

Aproksimacija i interpolacija funkcija

2. Napraviti vektor sa vrednostima *x* koordinata iz opsega 10 do 50 sa korakom 5. Zatim konstruisati vektor sa *y* koordinatama, koje predstavljaju vrednosti funkcije *log(x).* Potom primeniti aproksimaciju, polinomom drugog i trećeg reda (ugrađeni metod *polyfit*) na vektor *x* i iscrtati na grafiku pravu i aproksimiranu funkciju.
3. Grafički predstaviti aproksimaciju korišćenjem *polyfit* funkcije nad različito odabranim skupovima čvorova. Najpre, primeniti ekvidistantnu podelu kao u preth. Zadatku, a zatim odabrati tačke interpolacije korišćenjem Čebiševljevih čvorova. Sve to testirati na Rungeovoj funkciji:
$$\frac{1}{1+25x^2}$$
   Čebiševljevi čvorovi su dati vektorom *x* (granice intervala su -5 i 5, a *n=10*).
$$x_i = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}\cos\left(\frac{n-i+0.5}{n}\pi\right), \qquad i = 1,\ldots,n.$$
4. Korišćenjem ugrađene funkcije *spline,* predstaviti prethodno razmatranu funkciju (primeniti kubni splajn). U prikazu grafika koristiti 100 ekvidistantnih tačaka (*linspace).*

Rešavanje nelinearnih jednačina

5. Implementirati metod polovljenja intervala za nalaženje nula funkcije. Koristiti ocenu greške datu sa:
$$b_n - a_n < \delta$$
   , gde se δ zadaje kao argument. Testirati metod na primeru polinoma:
$$x^3 + 3x^2 - 2x^2 + 4 = 0$$
   , a potom probati i sa jednačinom *1/x=0.* Granice intervala određivati dinamički, eksponencijalnim širenjem (Napomena: postoji već ugrađen metod *fzero,* koji nalazi nula funkciju).
6. Implementirati Njutnovu metodu za nalaženje nula funkcije:
$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})}$$
   Testirati na jednačini $\cos(x)=x^3$

Numerička integracija, determinističke i Monte-Karlo metode

7. Implementirati f-ju za numeričku integraciju koja koristi pravilo trapeza:
$$Q[f] = h\left[\frac{1}{2}f_0 + \sum_{j=1}^{n-1} f_j + \frac{1}{2}f_n\right]$$
   Testirati metod na $\cos(x)-x^3$, na intervalu [0,10].

8. Monte-Karlo integracija je zasnovana na jakom zakonu velikih brojeva. Neka je dat:

$$I = \int_0^1 g(x)\,dx.$$

Vrednos integrala *I* se može shvatiti kao očekivana vrednost *E(g(U)),* gde je *U,* uniformna slučajna promenljiva iz intervala [0,1]. Ako ocenimo očekivanu vrednost, uzoračkom sredinom, dolazimo do izraza:

$$\hat{I}_m = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} g(U_i).$$

Primeniti ovaj metod na rešavanje sledećih integrala:

$$I = \int_0^1 e^x\,dx = e - 1 \approx 1.7183.$$

Preciznost se povećava povećanjem uzorka, testirati postupak korišćenjem 10, 100, 1000 i 10000 uzoraka, tj. uniforminih slučajnih promenljivih.