

NASTAVNO – NAUČNOM VEĆU MATEMATIČKOG FAKULTETA
UNIVERZITETA U BEOGRADU

Na sednici Nastavno – naučnog veća Matematičkog fakulteta održanoj _____ godine,
određeni smo u Komisiju za pregled i ocenu doktorske disertacije

Metod Sedimentacije i njegove primjene u problemima diskretne matematike
magistra Stevana Kordića, asistenta Fakulteta za pomorstvo u Kotoru. Podnosimo Veću sledeći

IZVEŠTAJ

1. Prikaz disertacije

Tema disertacije koju je napisao Stevan Kordić je iz oblasti diskretne matematike i odnosi se na probleme optimizacije i algoritme za nalaženje optimalnog rešenja. U tezi ova tematika izučava se kao *problem zadovoljenja ograničenja* (CSP – Constraint satisfaction problem), zajedno sa realnom kriterijumskom funkcijom koja varira vrednosti promenljivih odlučivanja. U zavisnosti od problema, ove vrednosti treba da maksimizuju ili minimizuju kriterijumsku funkciju. U disertaciji se predlaže jedan originalan i univerzalan metod za nalaženje tačnog rešenja nekog optimizacionog problema. Naziv metoda je *Algoritam sedimentacije*. Ovaj metod kandidat je primenio na rešavanje više zadataka optimizacije, između ostalog: Problem iskazne zadovoljivosti (SAT – Boolean Satisfiability Problem) i njegove varijante Max-SAT, W Max-SAT, P Max-SAT, PW Max-SAT, Vajthedov problem minimizacije i Problem raspodele vezova u brodskim lukama. Takođe je uradio implementacije predloženih algoritama u programskim jezicima *C* i *Wolfram Language*.

CSP - problem zadovoljenja ograničenja, gde se nalaze i problemi optimizacije, čini važan deo diskretne matematike. Algoritmi za rešavanje ovih zadataka imaju značajno mesto u matematici i njenim primenama. Algoritam sedimentacije koji se izlaže u tezi prikazan je zajedno sa dve svoje heuristike. Spada u klasu algoritama *grananja i ograničavanja* (branch-and-bound, BB), koji koriste postupke *vraćanja po tragu* (backtracking, BT) i *provere unapred* (forward checking, FC). Dokazana je potpuna korektnost algoritma.

U disertaciji ilustrovana je široka primenljivost algoritma sedimentacije. Tako, razmatrane su primene ovog metoda na probleme iskazne zadovoljivosti, WMP - Vajthedov problem minimizacije, Whitehead, J. C. (1936), *On equivalent sets of elements in a free group*, Annals of Mathematics, 37, i problem raspodele vezova brodovima u kontejnerskim lukama (Berth Allocation Problem). Najbolje rezultate metod je pokazao u rešavanju problema raspodele vezova, jer je modelovanje ovog problema primenom navedenog metoda uključivalo sve optimizacijske tehnike kojima metod raspolaže. Takođe, za problem raspodele vezova, utvrđena je precizna ocena kompleksnosti algoritma sedimentacije. Računsko – eksperimentalni rezultati potvrđuju da postupak sedimentacije rešava probleme raspodele vezova na nivou najboljih pristupa ovom problemu. Spomenimo da je ovaj problem poslednjih par decenija rešavao veći autora pre svega zbog njegove važnosti u transportu i komercijalnim primenama, ali i zahvaljujući velikom razvoju računarske tehnike, na pr. Meisel, *Seaside Operations Planning in Container Terminals*, 2009, Bierwirth and Meisel, *A survey of berth allocation and quay crane scheduling problems in container terminals*, 2010. A. Lim je 1998 dokazao (*The berthing planning problem* Operational Research Letters, 22(2)) da je ovaj problem NP kompletan.

Autor je deo svojih istraživanja iz teze objavio u sledećim radovima:

1. Kordić, S., Davidović, T., Kovač, N., Dragović, B. (2016), *Combinatorial Approach to Exactly Solving Discrete and Hybrid Berth Allocation Problem*, Applied Mathematical Modelling, impact factor: 2.251. doi:10.1016/j.apm.2016.05.004
2. Kordić, S. (2016), *Application of Sedimentation Algorithm for Solving MaxSAT Problem*, Mathematica Montisnigri.
3. Kordić, S., Kovač, N., Davidović, T. (2015), *Divide and Conquer Approach to Discrete Berth Allocation Problem*, The 12th Balkan Conference on Operational Research BALCOR 2015, Volume: Mircea cel Batran Naval Academy Scientific Bulletin, XVIII (2), pp. 307-316. Constanta.

Dajemo detaljniji opis predložene disertacije. Rukopis ima XI + 130 stranica kucanog teksta. Sastoji se iz uvoda, šest poglavlja, priloga i sadrži 64 referenci.

Prva dva poglavlja, *Uvod* i *Potrebni pojmovi* su uvodnog karaktera. U prvom poglavlju objašnjavaju se ciljevi i doprinosi teze i daje se opis strukture disertacije. U drugom poglavlju izlažu se definicije i pojmovi koji se pojavljuju u disertaciji. Takođe se daje definicija problema optimizacije u kontekstu CSP. Ove definicije i pojmovi formulsani su jezikom matematičke logike, posebno teorije modela i formalne izračunljivosti. Najzad se definiše šta je to rešenje problema optimizacije. Daju se pseudokodovi za algoritam "grube sile" (BFA) i njegove efikasnije varijacije, postupka "granaj i ograniči" (GBBA). Formalno se dokazuje totalna korektnost ovih postupaka, dakle da se njihovim korišćenjem uvek dolazi do optimalnog rešenja. Takođe se izvodi njihova algoritamska složenost u odnosu na veličinu domena pretrage. Ovim primerima ilustruju se prethodno uvedeni pojmovi.

Treće poglavlje *Pregled postojećih metoda* uvodi nas u glavni tok disertacije. Daje se detaljan opis problema zadovoljenja ograničenja (CSP) i pregled poznatih postupaka za njihovo rešavanje. Posebno se ističe važnost redosleda ispitivanja promenljivih odlučivanja i diskutuju pridružene heuristike, na primer heuristika "najmanje ograničavajuće vrednosti" (Least Constraining Value, LCV). U ostala tri odeljka ovog poglavlja, daje se prikaz tehnika i metoda koji

su relevantni za ostatak teze: Metod BT - *vraćanja po tragu*, FC - *provere unapred* i metod BB - *granaja i ograničavanja* (Land, A. H., Doig, A. G. [1960], *An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems*, *Econometrica*, 28(3)).

Četvrto poglavlje, *Metod sedimentacije* ima centralno mesto u disertaciji i predstavlja u potpunosti originalni doprinos kandidata. U ovom delu detaljno je formulisan metod sedimentacije i dve njegove glavne heuristike, *proceni i preuredi* i *podeli, pa vladaj*. Takođe se dokazuje totalna korektnost ovog postupka i pomenutih heuristika. U osnovi ideja metode je relativno jednostavna. Primenjujući rekurzivnu proceduru na polazne domene $D_i, i = 1, \dots, l$, promenljivih odlučivanja uz pomoć kriterijumske funkcije $f(x_1, \dots, x_l)$ vrši se "taloženje" promenljivih s tim da se u rekurzivnim koracima vrši redukcija ovih domena ali tako da u njima ostaju vrednosti promenljivih koje daju optimalno rešenje. Otuda glavno mesto u ovom postupku ima funkcija taloženja $Sediment(\theta, x)$ koja vrši propagaciju dodele vrednosti x promenljivoj odlučivanja x_θ kroz sve domene $D_{\theta+1}, \dots, D_l$. Ovde je θ brojač promenljivih odlučivanja i takođe broj koraka u konstrukciji dopustivih rešenja. Na str. 22 naveden je pseudokod funkcije $Sediment(\theta, x)$, a na strani 26 daje se pseudokod samog algoritma sedimentacije. U ovoj metodi pojavljuje se više drugih pomoćnih funkcija a složenost postupka eliminacije zavisi od konkretnog problema na koji se metod primenjuje. Slična je situacija i sa algoritamskom složenošću metode. Na primer, ako se pretpostavi da je $|D_i| = d, i = 1, \dots, l$ i ako se u svakom induktivnom koraku kardinalnost domena redukuje za koeficijent $p \in (0, 1)$, tada algoritamska složenost postupka iznosi (str. 34):

$$O\left(d^l p^{\frac{l(l-1)}{2}}\right).$$

U petom poglavlju *Primena metoda sedimentacije na probleme matematičke logike i algebre* nalazi se kako i sam naslov kaže, više primera primene ovog algoritma u matematičkoj logici i algebri. U matematičkoj logici to su razne varijante problema bulovske zadovoljivosti iskaznih formula, čuvenog SAT problema (SAT, Max-SAT, W Max-SAT, P Max-SAT, PW Max-SAT, ...). Kao što je uobičajeno kandidat se odlučuje za jednu od kanonskih formi iskaznih formula, u ovom slučaju on bira CNF - konjunktivnu normalnu formu. Takođe daje pregled i savremeni status ovog problema kao i metode rešavanja kod drugih autora. Spomenimo da posebno mesto u ovoj oblasti ima DPLL algoritam (prema Davis - Putnam - Logemann - Loveland, 1960, 1962), što se isto ističe u tezi. U drugom delu ovog poglavlja daju se dve kombinatorne formulacije SAT problema pogodne za primenu algoritma sedimentacije. Prvi način polazi od klauza CNF formule, drugi način od promenljivih iste formule. Zatim se za svaki kombinatorni pristup i svaku od navedenih varijanti SAT problema definišu konstrukti algoritma sedimentacije, kriterijumska funkcija i $Sediment(\theta, x)$. Navodi se da je metod modelovanja SAT i MAX-SAT problema putem promenljivih za postupak sedimentacije ekvivalentan DPLL algoritmu za rešavanje ovih problema. Takođe se daju eksperimentalni rezultati primene algoritma sedimentacije na testnim primerima sa 30 do 50 promenljivih i do par stotina klauza. Eksperimentalni rezultati prikazani su u komparativnim tabelama. U ovom poglavlju takođe se navodi vrlo zanimljiv primer primene algoritma sedimentacije na rešavanje Vajthedovog problema iz teorije grupa. Problem glasi: ako je konačno prezentovana grupa G data konačnom prezentacijom F , za datu reč w grupe G odrediti njoj ekvivalentnu reč w' u odnosu na prezentaciju F koja je najmanje dužine. U disertaciji algoritam sedimentacije koristi se za nalaženje Vajthedovog automorfizma ϕ grupe G (egzistenciju takvog automorfizma tvrdi Vajthedova teorema) takvog da $\phi(w) = w'$. Ovim primerom pokazana je univerzalnost i široka primenljivost algoritma sedimentacije.

Šesto i poslednje poglavlje *Primena metoda sedimentacije na probleme u transportu* odnosi se na primenu ovog algoritma na realne tehnološke probleme. Ovde su predstavljeni algoritmi (SEDA i varijante tog algoritma) na rešavanje zadatka raspodele vezova brodovima u kontejnerskim lukama, u stranoj literaturi poznat kao BAP – *Berth Allocation Problem*. Ovaj problem je jedan od najvažnijih zadataka lučkog planiranja. U tezi se ova problematika detaljno analizira, dizajniraju se algoritmi bazirani na metodi sedimentacije, pripadne kriterijumske funkcije kao i ostale pomoćne funkcije polazeći od standarda i rešenja drugih autora u ovoj oblasti (Meisel, 2009; Bierwirth and Meisel, 2010; Rashidi and Tsang, 2013). Na primer, kriterijumska funkcija koju treba minimizovati, definiše se kao suma kaznenih funkcija (str 75):

$$\text{VesselCost} = \sum_{k=1}^l (C_{1k}Z_k + C_{2k}|ETA_k - At_k|^+ + C_{3k}|At_k - ETA_k|^+ C_{4k}|Dt_k - d_k|^+).$$

Sumandi pod operatorom \sum redom izražavaju kazne za raspodelu vezova udaljenih od najjeftinijeg veza za brod, za požurivanje broda, za kašnjenje u dodeli veza brodu i za kašnjenje u isplovljavanju broda. Izvode se i dokazuju formule za algoritamsku složenost SEDA postupka i varijanti. Za SEDA se nalazi da algoritamska složenost ima eksponencijalni karakter (str. 89):

$$O(M^{2l}), \quad M \text{ je optimalno rešenje.}$$

U drugom delu poglavlja daju se testni primeri u komparaciji sa nekoliko najpoznatijih postupaka rešavanja BAP zadatka drugih autora. Prema rezultatima u komparativnim tabelama nalazimo da originalan algoritam predstavljen u tezi ima ista ili bolja vremena izvršavanja u odnosu na postojeće postupke drugih autora. U dodatku na kraju teze nalaze se dodatni primeri primene SEDA postupka.

2. Zaključak

Disertacija Stevana Kordića, asistenta Pomorskog fakulteta u Kotoru, pod naslovom

Metod Sedimentacije i njegove primjene u problemima diskretne matematike

predstavlja vrednu studiju iz oblasti diskretne matematike. Odnosi se na probleme optimizacije, posebno iz oblasti *problema zadovoljenja ograničenja* (CSP – Constraint satisfaction problems), algoritme za nalaženje optimalnog rešenja i primene u matematici i rešavanju zadataka u transportu. Teza sadrži originalne i značajne doprinose ovoj oblasti. Glavni rezultat disertacije je *Algoritam sedimentacije*, jedan originalan i univerzalan metod za nalaženje tačnog rešenja nekog optimizacionog problema. Univerzalnost postupka kandidat je uspešno pokazao s jedne strane u teorijskom računarstvu i matematici na primerima rešavanja SAT problema iskazne logike i Vajthedovog problema iz teorije grupa i sa druge strane na rešavanju problema raspodele vezova brodovima u kontejnerskim lukama (Berth Allocation Problem). Posebno ističemo da ova disertacija predstavlja deo savremenog istraživanja u kojima rade i imaju priloge značajni autori u oblasti matematike i njenim primenama. Deo rezultata iz teze kandidat je već objavio u nekoliko radova u međunarodnim časopisima.

Imajući u vidu navedeno, Komisija za pregled i ocenu sa zadovoljstvom predlaže Nastavno – naučnom veću Matematičkog fakulteta da ovaj rukopis prihvati kao doktorsku disertaciju i odredi Komisiju za njenu javnu odbranu.

Beograd, 13.06.2016.

Komisija

dr Žarko Mijajlović,
red. prof. u penziji Matematičkog fakulteta u Beogradu

dr Predrag Jančić,
red. prof. Matematičkog fakulteta u Beogradu

dr Tatjana Davidović,
viši naučni saradnik Matematičkog instituta SANU