

Milorad Bertolino

rođen u Pančevu 08.08.1929. godine.

Osnovnu školu je učio u Šapcu (1936-1940), a gimnaziju u Šapcu i Loznici (1940-1948). Širok spektar interesovanja, koji je išao od poezije do matematike, i izvanredni školski uspesi su bili karakteristični za ovaj period njegovog života. Na Prirodno-matematički fakultet u Beogradu se upisao 1949. godine, a diplomirao je 1953. godine. Na ovom fakultetu je 12. 12. 1961. godine odbranio doktorsku disertaciju *Egzistencija asimptotskih rešenja jedne klase diferencijalnih jednačina*, pod rukovodstvom profesora Tadije Pejovića.

Nastavna delatnost profesora Bertolina započela je 1954. godine. Najpre je kao profesor-pripravnik srednje škole dodeljen na rad na Prirodno-matematički fakultet u Beogradu, a zatim je 1956. godine izabran za asistenta. Za docenta je izabran 1962. godine, za vanrednog profesora 1969. godine, a redovni profesor je bio od 1975. godine. U toku svog nastavničkog rada držao je predavanja iz desetak različitih predmeta.

Profesor Milorad Bertolino je imao izrazit smisao za izvođenje nastave. Bio je odličan govornik sa izvanrednom dikcijom i raskošnim jezikom, metodolog sa urođenim i razvijenim darom za preciznost, sistematičnost i jasnoću, čime je plenio pažnju slušalaca. Ostao je, zbog toga, u trajnom sećanju velikom broju sadašnjih matematičara, fizičara, hemičara, biologa, astronoma i mehaničara, kao jedan od najboljih predavača matematičkih disciplina na Prirodno-matematičkom fakultetu u Beogradu. Umro je 24. VI 1981. godine.

Naučna delatnost M. Bertolina je, najvećim delom, posvećena kvalitativnoj analizi diferencijalnih jednačina. Objavivši oko 40 zapaženih radova iz ove oblasti on je značajan nastavljajući poznate "beogradske škole" diferencijalnih jednačina kojoj su, između ostalih, pripadali i Mihailo Petrović, kao njen osnivač, Sima Marković, Tadija Pejović, Dragoslav Mitrinović, Konstantin Orlov, Borivoje Rašajski i Radivoje Milošević.

Istaknimo nekoliko karakterističnih pravaca koji su dominantni u naučnim istraživanjima profesora Bertolina.

1. Milorad Bertolino je, od svih beogradskih matematičara, najviše proučavao i najbolje poznao radove iz diferencijalnih jednačina Mihaila Petrovića. Zato i nije čudno što je, po savetu profesora Borivoja Rašajskog, aktivnost na naučnom polju započeo 1957. godine radom *Neke funkcionalne nejednakosti dobijene primenom Čapliginove metode i upoređivanje sa rezultatima M. Petrovića*, Vesnik Društva matematičara i fizičara NRS, IX, 1-2, Beograd, (1957), 87-94. Već u ovom radu M. Bertolino je, uz dokazivanje niza interesantnih nejednakosti, najavio jedan od svojih osnovnih naučnih interesa-ispitivanje rešenja diferencijalnih jednačina korišćenjem Petrović-Čapliginovih nejednakosti. Ova problematika ostala je kod njega trajno u žiži interesovanja i posvetio joj je oko 20 radova.

M. Bertolino je u ovim radovima koristio pomenute nejednakosti na različite načine. Najčešće je na bazi komparativnih jednačina dolazio do niza svojstava rešenja polazne diferencijalne jednačine.

Ilustracije radi, navedimo jedan od karakterističnih primera:

Neka je data diferencijalna jednačina

$$y' = f(x)y^2 + y,$$

pri čemu je $f(x)$ neprekidna, pozitivna funkcija. Tada je

$$1 - e^x < y(x) < e^x - 1$$

u oblasti

$$-\frac{1}{\sqrt{f(x)}} < y < \frac{1}{\sqrt{f(x)}}, \quad 0 < x < x_0.$$

M. Bertolino je u ovom primeru za komparativne funkcije izabrao funkcije $f_1(x, y) = y - 1$ i $f_2(x, y) = y + 1$.

Spomenimo još i zanimljivost da u radu *Neke funkcionalne nejednakosti dobijene primenom Čapliginove metode i upoređivanje sa rezultatima M. Petrovića*, M. Bertolino navodi teoremu M. Petrovića o diferencijalnim nejednakostima, objavljenu 1899. godine u prestižnom časopisu *Mathematische Annalen*, ali ne govori o vremenskom prioritetu u odnosu na Čapliginovu teoremu iz 1919. godine, već to čini tek deset godina kasnije u radu *Priorité de Michel Petrovitch relative au théorème de Tchaplignine sur les inégalités différentielles du premier ordre*, *Matematički vesnik*, 4 (19), Beograd, (1967), 165-168.

2. Školsku 1960/61. godinu M. Bertolino je proveo na usavršavanju pri Katedri matematičke analize Jagelonskog Univerziteta u Krakovu, pod rukovodstvom profesora T. Važevskog i profesora J. Šarskog. Nakon toga je objavio nekoliko radova u kojima se bavio pitanjima egzistencije asimptotskih rešenja kombinujući topološku metodu krakovske škole i Petrović-Čapliginove nejednakosti. Na taj način je dokazao niz stavova, od kojih navodimo jedan.

Diferencijalna jednačina

$$y' = \phi(x)y^{2k} + \psi(x, y), \quad k = 1, 2, \dots$$

ima jednu klasu ograničenih rešenja ukoliko funkcije $\phi(x)$ i $\psi(x, y)$ zadovoljavaju sledeće uslove:

(a) $\phi(x)$ je neprekidna funkcija i $C_1 \leq \phi(x) \leq C_2$, ($C_1, C_2 < 0$) za $x \geq x_0$,

(b) $\psi(x, y)$ je neprekidna funkcija i zadovoljava Lipšicov uslov i još je $0 < N < \psi(x, y) < M$.

3. Sledeća grupa problema obrađivana u njegovim radovima je posvećena ispitivanju asimptotskih rešenja korišćenjem metode retrakta. Naime, povezujući metodu retrakta, koju je koristio Važevski, sa nejednakostima Petrović-Čapligina, M. Bertolino je izvršio specifičnu sintezu tih metoda, koja se pokazala vrlo korisna za izučavanje rešenja diferencijalnih

jednačina. U njegovim proučavanjima rubovi "cevi", koje se pojavljuju u metodi retrakta, određeni su komparativnim jednačinama dobijenim na bazi pomenutih nejednakosti.

4. U nekoliko radova M. Bertolino se bavio pitanjima granice primenljivosti Čapliginovih nejednakosti, tj. efektivnim nalaženjem tih granica za određene tipove diferencijalnih jednačina. Takođe je razrađivao metodu retrakta konkretno određujući "cevi" karakteristične za ovu metodu.

5. Veoma inspirativno deluje rad *Zone d'influence qualitative de certaines fonctions*, Matematički vesnik, 5 (20), Beograd, (1968), 189-194, u kome M. Bertolino uvodi pojam "zone kvalitativnog uticaja" nekih funkcija koje figurišu u diferencijalnoj jednačini i prati uticaj tih funkcija na prirodu rešenja diferencijalnih jednačina.

U ovom radu M. Bertolino proučava diferencijalnu jednačinu

$$y^m + (y')^n = f(x),$$

pri čemu su m i n prirodni brojevi, a $f(x)$ pozitivna, neprekidna i diferencijabilna funkcija, za $x \geq x_0$. U zavisnosti od svojstava funkcije $\sqrt[n]{f(x)}$ ($\sqrt[m]{f(x)} \rightarrow +\infty$, $\sqrt[n]{f(x)} \rightarrow +\infty$ monotono, $\sqrt[n]{f(x)}$ je ograničena za $x \geq x_0$, $\sqrt[n]{f(x)} \rightarrow c \neq \infty$, monotono ili ne, $\sqrt[n]{f(x)} \rightarrow +0$), kao i od toga da li su m i n parni ili neparni, M. Bertolino dokazuje u dvanaest slučajeva da i rešenja posmatrane diferencijalne jednačine imaju isto svojstvo kao i funkcija $\sqrt[n]{f(x)}$.

Prirodno je očekivati da će se ovaj pristup kvalitativnoj analizi rešenja diferencijalnih jednačina i dalje razvijati.

6. Nekoliko radova M. Bertolina odnose se na problematiku stabilnosti. U jednom od njih se uvodi nova definicija "skoro stabilnog približnog rešenja". Naime, kaže se da je funkcija $y = \phi(x)$ definisana na intervalu $[a, +\infty)$ skoro stabilno približno rešenje diferencijalne jednačine $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ ako svakom $\varepsilon \geq l > 0$ (gde je l fiksiran pozitivan broj) odgovara $\delta(\varepsilon, x_0) > 0$ tako da je uslov $|y(x) - \phi(x)| < \varepsilon$ ispunjen za $|y(x_0) - \phi(x_0)| < \delta$. M. Bertolino u nizu radova daje komparaciju ove i nekih drugih definicija stabilnosti, datih od strane njegovih učenika, sa klasičnim definicijama stabilnosti.

7. Osim pomenutih, M. Bertolino se bavio i drugim problemima kvalitativne analize diferencijalnih jednačina, npr. proučavanjem Košijeve funkcije, strukture opšteg rešenja itd.

Dvadesetak svojih prvih radova M. Bertolino je prikupio i objavio u monografiji *Inégalités différentielles et l'analyse qualitative des équations différentielles ordinaires*, Éditions spéciales de l'Institut mathématique de Beograd, 7, (1969), 59-152. Dobar deo ostalih radova je sastavni deo udžbenika *Diferencijalne jednačine*, Beograd, Naučna knjiga, 1980, M. Bertolina, pa se ti delovi ovog udžbenika mogu, takođe, tretirati kao monografija.

M. Bertolino je posedovao veliko znanje, ogromnu radnu energiju i visok nivo kreativnosti. U publikovanim radovima nije otkrivao nove matematičke oblasti, već je u postojećim oblastima dokazao niz novih, interesantnih stavova. Ideje za rešavanje problema su mu jasne i inspirativne, a dokazi tvrđenja koncizni. Prirodno je što su takvi radovi naišli na opšte

priznanje i što su citirani i korišćeni od strane domaćih i stranih matematičara. Mnogi naši mlađi matematičari, inspirisani njegovim radovima, zainteresovali su se za tu problematiku i manje ili više u nju ušli objavivši više radova. Rezultat toga je, između ostalog, da je pod njegovim mentorstvom doktoriralo četiri, a magistriralo dvanaest naših mlađih matematičara. Svima njima je M. Bertolino nesebično pomagao.

Milorad Bertolino je bio i veoma plodan pisac udžbeničke literature. Napisao je desetak knjiga, od kojih su neke doživele i po šest izdanja za dvanaestak godina (što je u našoj matematičkoj publicistici svojevrsan i dovoljno rečit fenomen). Njegova knjiga *Metode primenjene analize* bila je prvi udžbenik na našem jeziku iz oblasti numeričke matematike, a poslednji njegov publikovan udžbenik *Diferencijalne jednačine* bitno se razlikuju od svih naših knjiga iz ove oblasti po tome što je njen veliki deo posvećen kvalitativnoj analizi rešenja diferencijalnih jednačina. Sve njegove knjige su pisane jasno i precizno, lepim jezikom, bez suvišnih dokaza i u mnogome su pomogle generacijama studenata da lakše usvoje i primene izloženo gradivo.

M. Bertolino se bavio opštim filozofskim i istorijskim problemima matematike, sa marksističkog stanovišta. Neki od problema koje je M. Bertolino razmatrao u tim radovima su: odnos filozofije i matematike posmatran kroz pojmove prostora i broja dimenzija, Zermeloova aksioma izbora, zahtev za neprotivrečnošću matematičkih teorija i mogućnost problematizovanja tog zahteva sa dijalektičkog stanovišta, pojam približnosti u matematici, matematička konvencija i nesporazumi oko nje, Engelsova shvatanja matematike, odnos matematike i marksizma, problem matematičkog stvaralaštva i "novog" u matematici... Već ovih nekoliko problema (a oni ni izdaleka ne iscrpljuju domen interesovanja M. Bertolina), ukazuju na širinu pristupa, kao i na pokušaj dijalektičkog problematizovanja nekih matematičkih i metamatematičkih pojmova. Radovi iz ove oblasti sabrani su u knjigama *Matematika i dijalektika*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, (1974) i *Matematika, prirodne nauke i marksističko obrazovanje*, Naučna knjiga, Beograd, (1980).

Iz oblasti istorije matematike M. Bertolino je objavio veći broj radova- o Njutnu, Lajbnicu, Poenkareu, M. Petroviću, M. Milankoviću,... U radu *Diferencijalne i integralne jednačine u Jugoslaviji*, Društvo matematičara i fizičara SRS, Beograd, (1979), 1-80, koji je objavljen i u Sovjetskom Savezu, M. Bertolino je dao globalan pregled rezultata naših matematičara u oblasti diferencijalnih jednačina.

Uz intenzivno bavljenje naukom, M. Bertolino se bavio i društvenim radom vezanim za razvoj matematike. Od 1955. do 1960. godine bio je sekretar Društva matematičara, fizičara i astronoma SR Srbije; 1964-1965. godine sekretar Komisije za matematiku Saveta za prirodne nauke Saveznog saveta za koordinaciju naučnih istraživanja; 1962-1969. godine član i predsednik Ocenjivačke grupe za matematiku Zavoda za izdavanje udžbenika SR Srbije. Od 1969. do 1971. godine bio je dekan Prirodno-matematičkog fakulteta u Beogradu, a od 1975. do 1977. godine upravnik OOUR-a za matematiku, mehaniku i astronomiju PMF-a u Beogradu. Održao je veliki broj predavanja vezanih za popularizaciju matematike. Bio je dopisnik referativnih časopisa *Mathematical Reviews* i *Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete*. Bio je, takođe, član Francuskog i Austrijskog matematičkog društva.

Pored velikog zalaganja za razvoj matematike, M. Bertolino se bavio i društveno-političkim radom. Naime, bio je sekretar Univerzitetskog komiteta SK Beograda i član Predsedništva Centralnog komiteta SK Srbije. Takođe, dugo godina je proveo kao glavni urednik časopisa "Dijalektika", u kojem je objavio veliki broj svojih radova na temu istorije i filozofije prirodnih nauka i matematike.

Mladalački afinitet prema književnosti M. Bertolino je izrazio u nizu članaka i pesama publikovanih u "Književnim novinama". Bio je dugogodišnji saradnik i član Saveta NIP

"Politika", sa dosta čestim i interesantnim priložima u kulturnoj rubrici. Ljubiteljima beletristike u uspomeni je ostalo i književno stvaralaštvo profesora M. Bertolina. Poslednja njegova publikovana knjiga *Sećanje na Šabac i Loznicu*, Šabac, (1981) ostaće trajno ugrađena u kulture Šapca i Loznice. Kristalno čist jezik, koji je od detinjstva nosio u sebi, je osnova ove knjige sećanja, a izvanredna zapažanja, besprekorna arhitektura dela i mirno kazivanje su joj nadgradnja.

Urođen i svesno razvijen dar za pisanje, široka obrazovanost klasičnog intelektualca, visoka kreativnost, analitičnost u izučavanju i uočavanje analogija u disparatnim fenomenima, preciznost, sistematičnost i posvećenost radu omogućili su profesoru Bertolinu da se njegov publikovani opus, na relativno kratkom životnom putu, zaustavi na oko dvesta pedeset raznovrsnih bibliografskih jedinica.

Priredili Ljubomir Protić, Mirjana Đorić

Preuzeto iz Spomenice 130 godina Matematičkog fakulteta