

Наставно-научном већу Математичког факултета Универзитета у Београду

Одлуком Наставно-научног већа Математичког факултета у Београду донетом на седници одржаној 21.03.2014. именовани смо у комисију за преглед и оцену рукописа

Прорачун подземног тока методом коначних запремина

који је **Милан Дотлић**, дипломирани математичар — мастер из Београда, поднео као своју докторску дисертацију. Након прегледа рукописа подносимо Наставно-научном већу следећи

ИЗВЕШТАЈ

Биографија докторанда

Милан Дотлић је рођен 28.04.1984. године у Краљеву. На Математички факултет у Београду, смер Нумеричка математика и оптимизација, уписао се 2003. године. Дипломирао је 2009. године стекавши звање Дипломирани математичар. На мастер студије на Математичком факултету у Београду, смер Нумеричка математика и оптимизација, уписао се 2009. године. Мастер рад под насловом *Конструкција интерполационих таласића за решавање обичних диференцијалних једначина* одбранио је 12. марта 2010. године, под менторством проф. др Десанке Радуновић, чиме је стекао звање Дипломирани математичар — мастер. На докторске студије на Математичком факултету у Београду, одсек Математика, уписао се 2009. године.

Од 01. децембра 2007. године до 1. априла 2008. године Милан Дотлић је радио као програмер-тестер у CHF-SDS. Од 01. септембра 2009. године до 14. јула 2010. године радио је у Средњој школи „ГХМШ Милутин Миланковић” у Београду као наставник математике. У истом периоду ради и у Основној школи „Милан Ђ. Милићевић” у Београду као наставник информатике. Од 15. јула 2010. године ради у институту за водопривреду „Јарослав Черни”, најпре у звању истраживач приправник, а од 15. јула 2011. године у звању истраживача.

Предмет дисертације

У рукопису су разматране нумеричке методе коначних запремина за решавање проблема подземног струјања, као и транспорта масе и енергије, у анизотропној и део по део непрекидној средини. Овакви проблеми срећу се у хидрологији, нафтној индустрији, екологији и другим областима.

Подземно струјање описано је линеарном парцијалном диференцијалном једначином у засићеном случају, односно нелинеарном Ричардсовом једначином у незасићеном случају. Транспорт масе и енергије описан је адвективно-дифузним једначинама.

Приказ дисертације и њених главних доприноса

Рукопис је сложен на рачунару, има 142 (11+127+4) странице и састоји се из следећих глава:

1. Увод
2. Теоријске основе
3. Дискретизација стационарне једначине подземног струјања
4. Дискретизација стационарних једначина транспорта масе и енергије
5. Решавање система нелинеарних једначина
6. Дискретизација еволутивних једначина
7. Нумерички примери
8. Закључак

уз Резиме на српском и енглеском, Садржај, Додатак А, Додатак Б, Списак литературе и Биографију докторанда.

У првој глави је изложена мотивација и представљена структура дисертације.

У другој глави изведене су парцијалне диференцијалне једначине које описују разматране проблеме. На основу закона о одржању масе и Дарсијевог закона добијена је једначина подземног струјања у засићеном и незасићеном случају. На сличан начин изведене су и једначине транспорта масе и енергије.

У трећој глави изведене су методе коначних запремина за дискретизацију дифузног терма. Методе су представљене на примеру стационарне једначине подземног струјања. На исти начин се изводи дискретизација дифузног терма у једначинама транспорта масе и енергије. Представљене су линеарне и нелинеарне методе коначних запремина и анализирана су њихова својства. За дискретизацију у случају када се материјалне карактеристике средине дисконтинуално мењају искоришћена је локална координатна трансформација. Посебна пажња посвећена је проблемима који настају приликом дискретизације у околини бунара за шта су предложене две схеме. У овој глави су такође разматрани и начини за усредњавање релативне пропусности у случају незасићеног струјања.

У четвртој глави приказано је неколико класичних дискретизација адвективног терма. Узводна (upwind) дискретизација задовољава принцип максимума и минимума али је првог реда тачности. Линеарном поправком узводне схеме добија се други ред тачности али се појављују осцилације у регионима где се градијент брзо мења. У овој глави представљена је и нелинеарна поправка узводне схеме добијена увођењем лимитера. Схема добијена на овај начин задовољава принципе максимума и минимума. Поред тога она је другог реда тачности осим у областима где се градијент брзо мења.

Предложеним методама дискретизације у већини случајева добија се нелинеарни систем алгебарских једначина, због тога што су полазне парцијалне диференцијалне једначине нелинеарне или зато што су саме методе дискретизације нелинеарне. У петог глави представљене су итеративне методе за решавање оваквих система.

У шестој глави изведена је дискретизација у еволутивном случају.

У седмој глави изложене нумеричке схеме су тестиране на примерима. Представљени резултати потврђују теоријска разматрања из претходних глава.

Списак литературе састоји се од 70 библиографских јединица, од којих су осам самоцитати, тј. радови докторанда.

Референце генерисане у току рада на дисертацији

Резултати истраживања представљени су у

- два коауторска рада публикована у часописима са SCI листе,
- једном самосталном раду публикованом у међународном часопису ван SCI листе,
- три коауторска рада публикована у водећим часописима националног значаја,
- четири коауторска рада публикована у зборницима са међународних скупова (серијске публикације),
- једном коауторском раду публикованом у зборнику са скупа националног значаја.
- једном коауторском раду прихваћеном уз измене за публикавање у часопису са SCI листе.

Објављени радови:

1. Vidović D., Dotlić M., Pušić M., Pokorni B., Dimkić M., *Piecewise linear transformation in diffusive flux discretization*, J. Comp. Phys., Vol. 282, pp. 227–237, 2015, Elsevier.
ISSN: 0021-9991, IF 2.485, M21 Physics, Mathematical; Computer Science, Interdisciplinary Applications
2. Vidović D., Dotlić M., Pušić M., Pokorni B., Dimkić M., *Convex combinations for diffusion schemes*, J. Comp. Phys., Vol. 246, pp. 11-27, 2013, Elsevier.
ISSN: 0021-9991, IF 2.485, M21 Physics, Mathematical; Computer Science, Interdisciplinary Applications
3. Dotlić M., *Finite Volume Methods for Well-Driven Flows in Anisotropic Porous Media*, Comput. Methods Appl. Math., Vol. 14, No. 4, pp. 473–483, 2014, De Gruyter.
ISSN: 1609-4840
4. Vidović D., Dotlić M., Pokorni B., Pušić M., Dimkić M., *Using PEST for Drainage Optimization*, Water Research and Management, Vol. 4, No. 2, pp. 15-17, 2014, Serbian Water Pollution Control Society.
ISSN 2217-5237
5. Vidović D., Dotlić M., Pokorni B., Pušić M., Dimkić M., *Simulating Unsaturated Flow with a Finite Volume Method*, Water Research and Management, Vol. 4, No. 1, pp. 23-30, 2014, Serbian Water Pollution Control Society.
ISSN 2217-5237
6. Pušić M., Dimkić M., Vidović D., Dotlić M., Oparušić I., *Analiza uticaja nekih hidrogeoloških parametara na početni kapacitet bunara sa horizontalnim drenovima*, Vodoprivreda, Vol. 44, No. 4-6 pp. 175-180, 2012.
ISSN 0350-0519
7. Vidović D., Dotlić M., Pokorni B., Pušić M., Dimkić M., *Piecewise Linear Transformation in Diffusive Flux Discretizations*, Finite Volumes for Complex Applications VII - Elliptic, Parabolic and Hyperbolic Problems - FVCA 7, Berlin, June 2014, Series: Springer Proceedings in Mathematics and Statistics, Vol. 78, Eds: Fuhrmann J., Ohlberger M., Rohde C.; Publisher: Springer, pp. 723-730, 2014.
ISBN 978-3-319-05590-9

8. Dotlić M., Ignjatović M., Vidović D., Pokorni B., Pušić M., *Nelinearna metoda konačnih zapremina*, Third Mathematical Conference of the Republic of Srpska, Volume 1, 07-08 June 2013, Trebinje, pp. 189-200, 2014.
ISBN 978-99976-600-0-8
9. Vidović D., Dotlić M., Pušić M., *Computing Well-Driven Groundwater Flow with a Finite Volume Method*, IWA Specialist Groundwater Conference, 08-10 September 2011, Belgrade, Serbia, pp. 193-197, 2011.
ISBN 978-86-82565-31-4
10. Dotlić M., Vidović D., Dimkić M., Pušić M., Radanović J., *Finite Volume Method for Well-Driven Groundwater Flow*, International Symposium FVCA 6 “Finite Volumes for Complex Applications VI – Problems & Perspectives”, Volume 1, 6-10 June 2011, Prague, Springer Proceedings in Mathematics 4, pp. 361-368, 2011.
ISBN 978-3-642-20670-2
11. Pušić M., Dimkić M., Vidović D., Dotlić M., Oparušić I., *Hidrodinamička analiza kapaciteta bunara sa horizontalnim drenovima na primeru beogradskog izvorišta*, 14. srpski simpozijum o hidrogeologiji sa međunarodnim učešćem, 17-20. maj 2012, Zlatibor, str. 21-25, 2012.
ISBN 978-86-7352-236-4

Рад прихваћен за штампу уз измене:

1. Dotlić M., Vidović D., Pokorni B., Pušić M., Dimkić M., *Second-order accurate finite volume method for well-driven flows*, J. Comp. Phys, 2015, arXiv preprint arXiv:1312.2388.

Закључак

Рукопис *Прорачун подземног тока методом коначних запремина* садржи вредан научни допринос у области нумеричких метода решавања парцијалних диференцијалних једначина. У њему је детаљно размотрено моделирање подземног струјања и транспорта масе и енергије, како са теоријског, тако и са нумеричког аспекта. Рад је написан на солидном математичком нивоу. Резултати добијени у овом рукопису приказани су у једанаест публикованих научних радова. Констатујемо да су испуњени сви циљеви наведени приликом предлагања теме дисертације, као и сви формални захтеви.

Имајући у виду наведено, предлажемо Научно-наставном већу Математичког факултета да рад Милана Дотлића *Прорачун подземног тока методом коначних запремина* **прихвати као докторску дисертацију и одреди комисију за њену јавну одбрану.**

Београд, 19.03.2015.

Чланови комисије:

др Бошко Јовановић, ментор, редовни професор
Математичког факултета у Београду

др Десанка Радуновић, ванредни професор
Математичког факултета у Београду

др Драган Видовић,
научни сарадник Института „Јарослав Черни“

Додатак

Референце Милана Дотлића

Мастер рад

Милан Дотлић: *Конструкција интерполационих таласића за решавање обичних диференцијалних једначина*, одбрањен на Математичком факултету Универзитета у Београду 2010. године (ментор: проф. др Десанка Радуновић).

Публиковани научни радови

1. Vidović D., Dotlić M., Pušić M., Pokorni B., Dimkić M., *Piecewise linear transformation in diffusive flux discretization*, J. Comp. Phys., Vol. 282, pp. 227–237, 2015.
2. Vidović D., Dotlić M., Pušić M., Pokorni B., Dimkić M., *Convex combinations for diffusion schemes*, J. Comp. Phys., Vol. 246, pp. 11-27, 2013.
3. Dotlić M., *Finite Volume Methods for Well-Driven Flows in Anisotropic Porous Media*, Comput. Methods Appl. Math., Vol. 14, No. 4, pp. 473–483, 2014.
4. Vidović D., Dotlić M., Pokorni B., Pušić M., Dimkić M., *Using PEST for Drainage Optimization*, Water Research and Management, Vol. 4, No. 2, pp. 15-17, 2014.
5. Vidović D., Dotlić M., Pokorni B., Pušić M., Dimkić M., *Simulating Unsaturated Flow With a Finite Volume Method*, Water Research and Management, Vol. 4, No. 1, pp. 23-30, 2014.
6. Pušić M., Dimkić M., Vidović D., Dotlić M., Oparušić I., *Analiza uticaja nekih hidrogeoloških parametara na početni kapacitet bunara sa horizontalnim drenovima*, Vodoprivreda, Vol. 44, No. 4-6 pp. 175-180, 2012.
7. Vidović D., Dotlić M., Pokorni B., Pušić M., Dimkić M., *Piecewise Linear Transformation in Diffusive Flux Discretizations*, Finite Volumes for Complex Applications VII - Elliptic, Parabolic and Hyperbolic Problems - FVCA 7, Berlin, June 2014, Series: Springer Proceedings in Mathematics and Statistics, Vol. 78, Eds: Fuhrmann J., Ohlberger M., Rohde C.; Publisher: Springer, pp. 723-730, 2014.
8. Dotlić M., Ignjatović M., Vidović D., Pokorni B., Pušić M., *Nelinearna metoda konačnih zapremina*, Third Mathematical Conference of the Republic of Srpska, Volume 1, 07-08 June 2013, Trebinje, pp. 189-200, 2014.
9. Vidović D., Dotlić M., Pušić M., *Computing Well-Driven Groundwater Flow with a Finite Volume Method*, IWA Specialist Groundwater Conference, 08-10 September 2011, Belgrade, Serbia, pp. 193-197, 2011.
10. Dotlić M., Vidović D., Dimkić M., Pušić M., Radanović J., *Finite Volume Method for Well-Driven Groundwater Flow*, International Symposium FVCA 6 “Finite Volumes for Complex Applications VI – Problems & Perspectives”, Volume 1, 6-10 June 2011, Prague, Springer Proceedings in Mathematics 4, pp. 361-368, 2011.
11. Pušić M., Dimkić M., Vidović D., Dotlić M., Oparušić I., *Hidrodinamička analiza kapaciteta bunara sa horizontalnim drenovima na primeru beogradskog izvorišta*, 14. srpski simpozijum o hidrogeologiji sa međunarodnim učešćem, 17-20. maj 2012., Zlatibor, str. 21-25, 2012.

Научни рад прихваћен за публикацију уз измене

1. Dotlić M., Vidović D., Pokorni B., Pušić M., Dimkić M., *Second-order accurate finite volume method for well-driven flows*, J. Comp. Phys, 2015, arXiv preprint arXiv:1312.2388.

Саопштења на научним скуповима која нису штампана у целини

1. Computational Methods in Water Resources, са излагањем *Tabulation of saturation models*, Urbana – Champaign, 2012.

Учешће на пројектима

ТР37014 – "Методологија оцене, пројектовања и одржавања изворишта подземних вода у алувијалним срединама у зависности од степена аеробности." Министарство просвете, науке и технолошког развоја, 2011-